UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

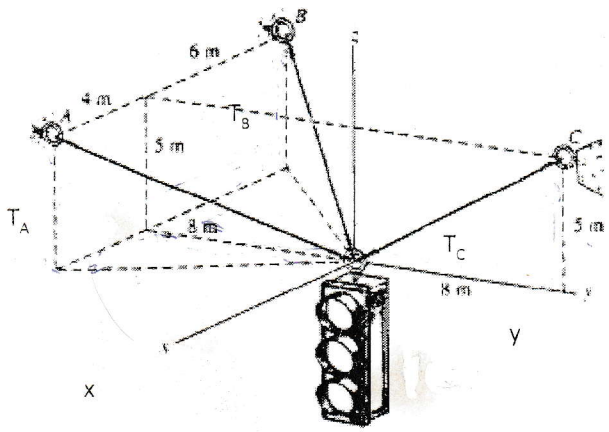
Ciclo Académico : 2022-1
Fecha: 06/05/22
Duración: 1h 40m

CURSO: Física I **COD. CURSO: BFI01M/N/O**

TIPO DE PRUEBA: PRACTICA CALIFICADA No. 01

---

1. El semáforo de masa m = 100 kg de la figura se soporta por un sistema de cables. Si la resultante de las fuerzas $R = T_A + T_B + T_C + W = 0$, T_A = 602.9 N, T_B = 438.6 N, halle T_C.



2. Una partícula cuya posición y velocidad inicial (t=0) son respectivamente x_0 y v_0 se mueve de modo que su aceleración (a) es proporcional a la distancia según:

$\vec{a} = -b^2 x \hat{i}$, donde b es una constante.

Pruebe que la solución para la posición (x) de la partícula es $x(t) = A \operatorname{sen}(bt + \theta)$. De las expresiones de A y tan θ.

Sugerencia, utilice la siguiente relación: a dx= v dv, justificando su deducción.

3. Se tiene una magnitud H, la cual se calcula mediante $H = a^2b + b^2a$. Para tratar de compensar los errores de bulto se realizan 6 mediciones de cada magnitud directa, que se muestra en la tabla, determine el valor más probable de H y su error.

a =	0.25	0.26	0.24	0.24	0.26	0.26
b =	0.31	0.32	0.31	0.31	0.32	0.33

4. Se tiene un móvil cuya aceleración (a) sigue la siguiente regla:

$$a(t) = \begin{cases} (-t^2 + 9)\vec{j}; 0 < t < 3 \\ 0; t \geq 3 \end{cases}$$

Si en t = 0s su posición era (4i+2k)m y en t = 2s su velocidad era (5i) m/s, determine,

a) la velocidad en todo instante.
b) la posición en todo instante.

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \operatorname{arcsen} x + C$$

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA Fecha: 20 / 05 /2022
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS 2022-1 Duración: 1h 50 minutos

CURSO: FISICA 1

COD. CURSO: BFI01 **SECCIONES: M N O**

PRACTICA CALIFICADA No. 2

$a_N = \frac{v^2}{\rho}$

1) Un motociclista toma una curva a una velocidad constante v = 30 pies/s y permanece con dicha velocidad. Determine la componente normal de la aceleración a_n cuando el motociclista llega al punto A. Ignorar el tamaño del motociclista y de la moto.

$y = 500 \cdot x^{-1}$

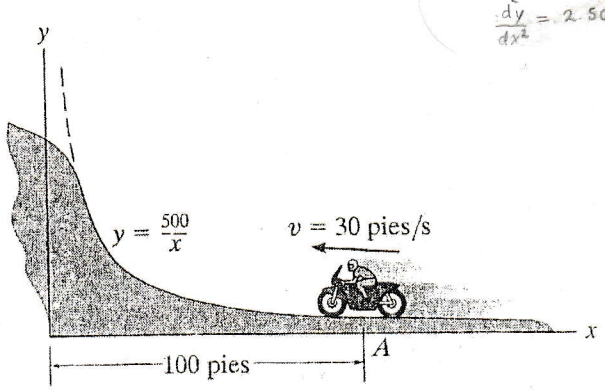
$\frac{dy}{dx} = -500x^{-2} = \frac{-500}{x^2}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = 2 \cdot 500 \cdot x^{-3} = \frac{1000}{x^3}$

$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|} = \frac{\left[1 + \left(\frac{-500}{10000}\right)^2\right]^{3/2}}{\left|\frac{1000}{1000000}\right|}$

$\rho = 1002,5$

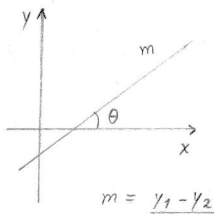
$a_N = \frac{(30)^2}{1002,5} = 0,89$



2) La posición de un móvil está dada por: $\mathbf{r}(t) = (t^2 - 5t^3)\mathbf{i} + (8t - t^4)\mathbf{k}$. Hallar el radio de curvatura en t = 2s

3) Los deslizadores A y B se mueven vertical y horizontalmente por ciertas ranuras respectivamente, los mismos que están conectados por una varilla rígida de 32 in (in = pulgada). En un cierto instante el ángulo θ es igual a 75° y la velocidad de B es igual a 2 in/s hacia la derecha como muestra la figura. Determine la magnitud de la ~~velocidad~~ aceleración angular ~~ω_{AB}~~ α_{AB} de la barra AB en dicho instante.

Para el problema



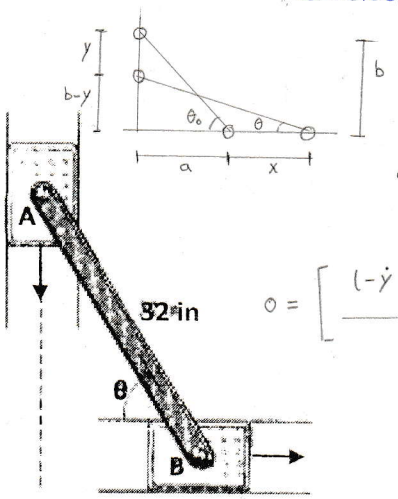
$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \tan\theta$

$\frac{dy}{dx} = m = \tan\theta$

$\frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{V_A}{V_B} = \tan\theta$

$V = \frac{dx}{dt}$

$V_A = \frac{dy}{dt}$



$\bullet\ \text{Sen}\theta = \frac{b-y}{AB}$

$AB = \frac{b - y(t)}{\text{Sen}\theta(t)}$

$0 = \frac{d\left(\frac{b-y(t)}{\text{Sen}\theta(t)}\right)}{dt}$

$0 = \left[\frac{(-\dot{y}).\text{Sen}\theta - (b-y)\frac{d(\text{Sen}\theta)}{dt}}{(\text{Sen}\theta)^2}\right]$

$(-V_A).\text{Sen}\theta = (b-y)\cos\theta.\dot{\theta}$

$-V_A.\text{Sen}\theta = (AB)\text{Sen}\theta.\cos\theta.\dot{\theta}$

$-V_A = (AB).\cos\theta.\omega_{AB}$

$-V_B.\tan\theta = AB.\cos\theta\ \omega_{AB}$

$-2.\tan 75^\circ = 32.\cos 75^\circ.\ \omega_{AB}$

$= \omega_{AB}$

4) Los carros A y B se mueven en nel plano X-Y con velocidad constante a lo largo de pistas rectas que se intersectan con un ángulo de 90°. Los pasajeros del carro B observan la posición del carro A y aprecian que tanto r como θ varian con respecto al tiempo. Hallar:

a) $\ddot{r}$ en función de r y $\dot{\theta}$

b) $\ddot{\theta}$ en función de r, $\dot{r}$ y $\dot{\theta}$

* Posible solución

a en polares

$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{e}_\theta$

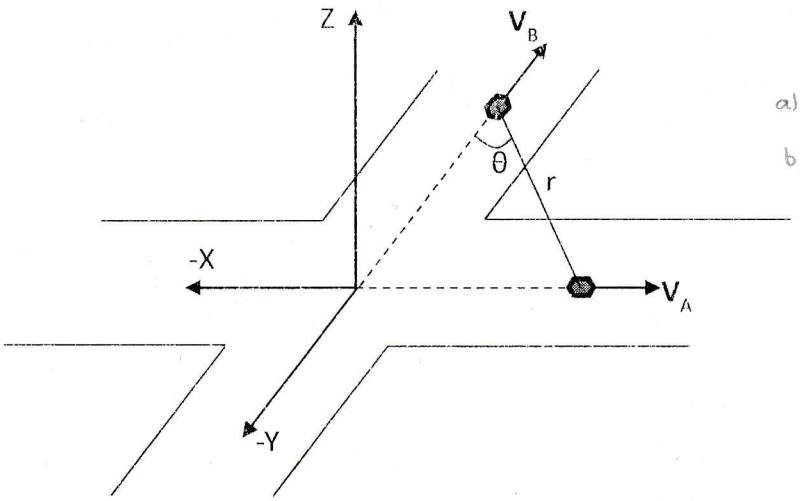
V_A y V_B cte

a_x y $a_y = 0$

$a_T = 0$

a) $\ddot{r} = r.\dot{\theta}^2$

b) $\ddot{\theta} = -\frac{2\dot{r}\dot{\theta}}{r}$.



2.)

$r(t) = (t^2 - 5t^3)\hat{i} + (8t - t^4)\hat{j}$ → $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = (2t - 15t^2)\hat{i} + (8 - 4t^3)\hat{k}$ $\xrightarrow{en\ t=2}$ $\vec{v} = -56\hat{i} - 24\hat{k}$

→ $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = (2 - 30t)\hat{i} + (-12t^2)\hat{k}$ $\xrightarrow{en\ t=2}$ $\vec{a} = -58\hat{i} - 48\hat{k}$

$\vec{a}_T = \frac{\vec{a}.\vec{v}.\vec{v}}{|\vec{v}|.|\vec{v}|} = \frac{(-58\hat{i} - 48\hat{k}).(-56\hat{i} - 24\hat{k}).(-56\hat{i} - 24\hat{k})}{56^2 + 24^2} =$

$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$ => $-58\hat{i} - 48\hat{k} = \vec{a}_N +$

$|\vec{a}_N| = a_N = \frac{V^2}{R}$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico : 2022-1
Fecha: 03/06/22
Duración: 1h 40m

CURSO: Física I **COD. CURSO: BFI01M/N/O**

TIPO DE PRUEBA: EXAMEN PARCIAL

1. Se observa una partícula en movimiento con respecto a un sistema de referencia inercial. La trayectoria está dada por las siguientes funciones:

$$\rho = Ae^{k\theta}, \quad z = h\rho$$

Siendo ρ, θ y z las coordenadas en coordenadas cilíndricas (con A, k, h positivos). Si la rapidez es constante (v_0) determine,

a) La velocidad en función de θ, A, k, h y v_0.
b) Determine la aceleración en función de θ, A, k, h y v_0
c) Determine si los vectores velocidad y aceleración son perpendiculares entre si.

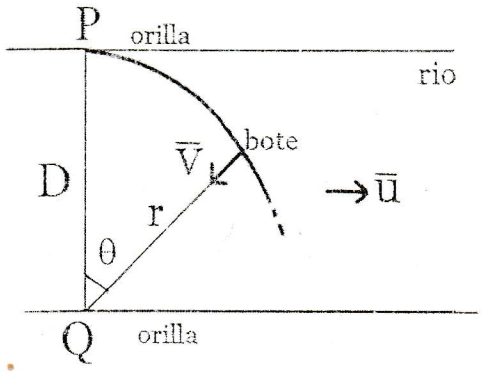
2. Una partícula cuya posición y velocidad inicial (t=0) son respectivamente x_0 y v_0 se mueve rectilíneamente de modo que su aceleración (a) es proporcional a la posición (x) según:

$a\hat{\imath} = -b^2 x\hat{\imath}$, donde b es una constante.

Determine la posición en función del tiempo.

3. Una fuerza F es aplicada en el extremo final derecho de un arreglo de N bloques iguales de masa m que están conectados por cables, acelerando el sistema. Si el coeficiente de fricción dinámica entre los bloques y la superficie es μ ,determine la tensión entre el bloque #i y el bloque #(i+1). Considere que todos los cables están tensos en el proceso.

4. Un bote abandona el punto P en una de las orillas de un río y se dispone a atravesar el mismo. El río por su cuenta se desplaza con una velocidad constante u. El bote viaja con una velocidad V respecto al río cuya magnitud es constante pero con dirección variable, la cual se orienta en todo momento al punto Q. El punto Q se encuentra exactamente en el lado opuesto de P y a una distancia D (Ver figura). Si r es la distancia instantánea del punto Q al bote y θ es el ángulo entre r y PQ, muestre que la trayectoria del bote está dada por la ecuación (en las variables r y θ):



$r(\theta) = D \sec\theta \,/\, (\sec\theta + \tan\theta)V/u$ $\quad r(\theta) = \dfrac{D\,\sec\theta}{(\sec\theta + tg\theta)}$

Sug: Es conveniente el uso de la velocidad en coordenadas polares.

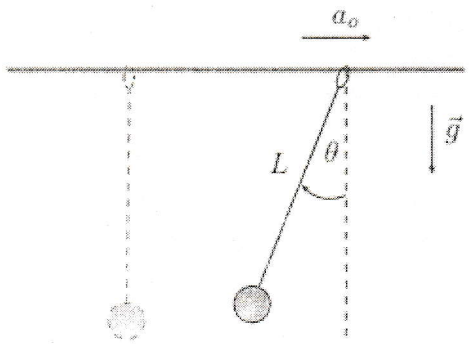
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA Ciclo : 2022-1
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRICA Y ELECTRONICA Fecha: 1/07/22
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS Duración: 1h y 50m
Curso: Física 1 COD: BFI 01

Tipo de Prueba: Tercera práctica calificada

Problema 1 (5 puntos)

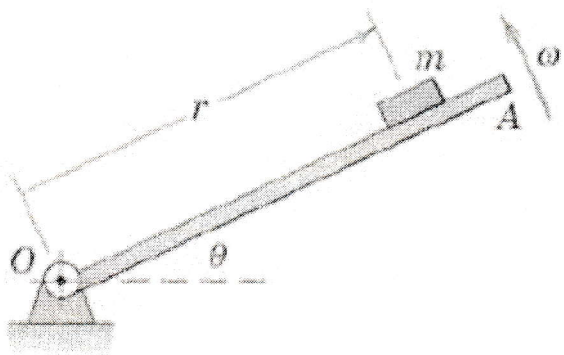
Considere un péndulo simple de largo L y masa m que cuelga de un anillo que se puede mover libremente a lo largo de una barra horizontal. Estando el péndulo en reposo (θ=0), se impulsa el anillo con una aceleración constante 'a_o' a lo largo de la barra. Determine la máxima desviación del péndulo con respecto a la vertical.

Sugerencia: Establezca un referencial no inercial (acelerado) sobre el anillo y utilice coordenadas polares. Es probable que necesite la siguiente identidad $\alpha\, d\theta = \omega\, d\omega$.



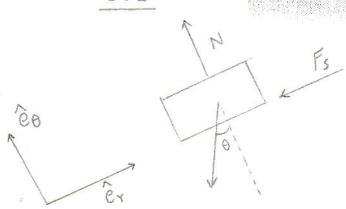
Problema 2 (5 puntos)

La barra OA gira alrededor de un eje horizontal O con una velocidad angular constante ω en sentido contrario a las agujas del reloj igual a 3 rad/s. Cuando la barra pasa por la posición θ=0°, un pequeño bloque de masa m es colocado sobre éste a una distancia radial de r = 8 m. Si se observa que el bloque se desliza en θ=50°, determine el coeficiente de fricción estática μ_k entre el bloque y la barra.



$r = 8$
$\dot{r} = 0$
$\ddot{r} = 0$
$\dot{\theta} = \omega = 3\,rad/s$
$\ddot{\theta} = 0$

DCL



$g = 9{,}8\,m/s^2$
$\theta = 50°$
$\omega = 3\,rad/s$
$r = 8$

- En $\hat{e}_r$

$$F_s - m\,g\,sen\theta = m.a_r$$
$$N.\mu_K - m\,g\,sen\theta = m.(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2)$$
$$N.\mu_K - m.g.sen\theta = -m.r.\omega^2 \ldots (1)$$

- En $\hat{e}_\theta$

$$N - mg\cos\theta = m.a_\theta$$
$$N - m.g.\cos\theta = m.(r.\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$
$$N = m.g.\cos\theta \ldots (2)$$

De (1) y (2)

$\mu_K = 12{,}6$

$$\mu_K = \frac{-r.\omega^2 + sen\theta.g}{g\cos\theta}$$

a. $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B (F_x\,dx + F_y\,dy)$ · $y = 8x$ · $dy = 8\,dx$

$= \int_A^B (-8xy + 2y^3)\,dx + \int_A^B (-4x^2 + 6y^2x)\,dy$

= reemplazar y y dy

$= \left(-\frac{64x^3}{3} + \frac{1024x^4}{4}\right)\Big|_{x=0}^{x=2} + 8\left(-\frac{4x^3}{3} + \frac{384x^4}{4}\right)\Big|_{x=0}^{x=2}$

= 16128 J

b. $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B (F_x\,dx + F_y\,dy)$ · $y = 2x^3$ · $dy = 6x^2\,dx$

$= \int_A^B (-8xy + 2y^3)\,dx + \int_A^B (-4x^2 + 6y^2x)\,dy$

= reemplazar y y dy

$= \left(-\frac{16x^5}{5} + \frac{16x^{10}}{10}\right)\Big|_{x=0}^{x=2} + \left(-\frac{24x^5}{5} + \frac{144x^{10}}{10}\right)\Big|_{x=0}^{x=2}$

= 16128 J

Problema 3 (5 puntos)

Para una fuerza dada por

$\mathbf{F}(x,y) = -(8xy - 2y^3)\mathbf{e}_x - (4x^2 - 6y^2x)\mathbf{e}_y$ N,

determine el trabajo de la misma a lo largo de las trayectorias :

a) La recta $y(x) = 8x$ que une los puntos (0, 0) m y (2 , 16) m.

b) La curva $y(x) = 2x^3$ que une los puntos (0, 0) m y (2 , 16) m,

c) Pruebe si esta fuerza es o no conservativa .

Obs: En sus cálculos considere que x e y son adimensionales.

c) $\text{rot}\,\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = 0$

Problema 4 (5 puntos)

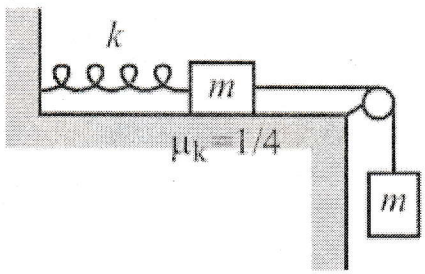
Considere el sistema mostrado en la figura, el cual consiste de dos bloques idénticos de masa m y un resorte de constante k. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es $\frac{1}{4}$. Inicialmente se sujeta al sistema de modo que el resorte está sin deformar y entonces se libera.

a) Una vez liberado el sistema, determine la deformación del resorte para el instante en el cual los bloques se detienen.

b) Determine el valor mínimo del coeficiente de fricción estática de modo que el sistema permanezca en reposo una vez que las masas se detuvieron.

c) En esta situación se corta el cable, determine la máxima compresión del resorte para el movimiento resultante.

Obs: En los ítems a) y c) ud. puede dar un pequeño golpecito al bloque izquierdo para ponerlo en movimiento si es que el coeficiente de fricción estática resulta ser lo suficientemente grande de modo que sea necesario realizar esta acción.

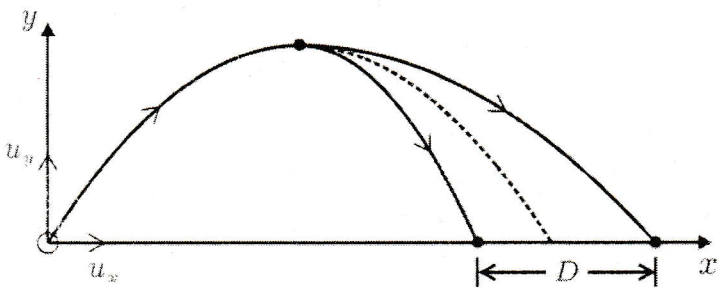


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA Ciclo : 2022-1
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRICA Y ELECTRONICA Fecha: 22/07/22
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS Duración: 1h y 50m
Curso: Física 1 COD: BFI 01

Tipo de Prueba: Cuarta práctica calificada

Problema 1

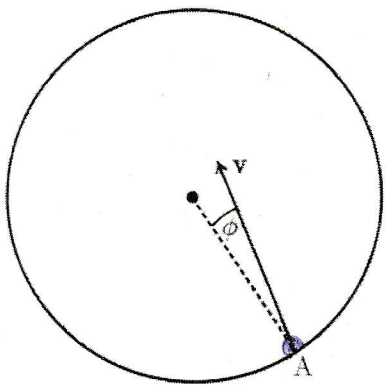
Un cohete de masa m_1+m_2 es lanzado con una velocidad cuyas componentes horizontal y vertical son u_x y u_y respectivamente. En el punto más alto de su trayectoria el cohete explota en dos partes de masas m_1 y m_2 que se separan en la dirección horizontal y sin salir del plano original de movimiento (ver gráfico). Si se sabe que K es la energía cinética producida por la explosion, determine la distancia de separación D de los fragmentos cuando estos impactan en el suelo. Desprecie la fricción del aire y cualquier movimiento de rotación de los fragmentos.



Problema 2

Una bola de billar lisa es golpeada desde un punto A en el borde de una mesa de billar circular con una dirección que forma un ángulo φ con el segmento que une el centro de la mesa con A (ver figura).

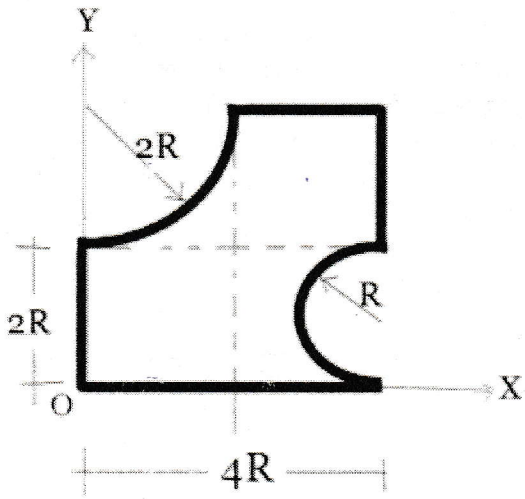
Si el movimiento de la pelota es tal que impacta contra la pared 2 veces antes de regresar al punto A, determine el valor de tanφ en términos de e (el cual es el coeficiente de restitución a lo largo de la dirección normal).



Problema 3

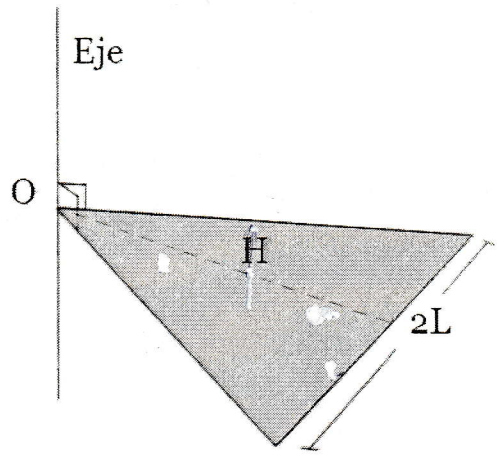
Calcule el centro de masa, en términos de R, de la figura unidimensional mostrada (un alambre doblado) con respecto al sistema coordenado mostrado en la figura. Considere que la densidad del material es uniforme e igual a λ.

En su solución determine primero (por integración explícita) las coordenadas de los centros de masa correspondientes a una semicircunferencia y a un cuarto de circunferencia respectivamente (considere densidades lineales uniformes).



Problema 4

Determine el momento de inercia de un triángulo isósceles de masa M y densidad superficial uniforme, con respecto a un eje que pasa por el punto O y es perpendicular al plano que contiene al triángulo. El triángulo tiene una altura H y una base 2L .



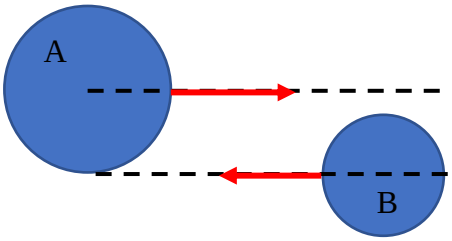
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2022 -1
Fecha: 05/08/22
Duración: 1 h 50 min

CURSO: FÍSICA I **COD. CURSO: BFI 01**

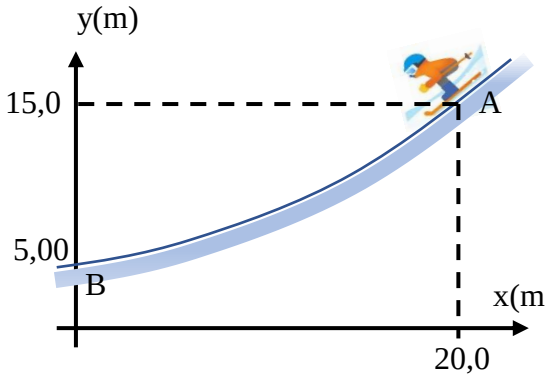
TIPO DE PRUEBA: PRACTICA No. ☐ Ex. PARCIAL ☐ EX. FINAL X EX.SUST ☐

PROBLEMA 1



Una esfera A de 3,00 kg y 7,50 cm de radio se desplaza a 120 cm/s. Otra esfera B de 4,00 kg y 5,00 cm de radio se desplaza a 360 cm/s con dirección paralela y sentido contrario. En el momento que chocan, los diámetros de ambas esferas forman dos líneas paralelas separadas 7,50 cm. El coeficiente de restitución en el choque es 0,400 y las esferas se consideran lisas. Calcule las rapideces de las esferas después del choque. (5 p)

PROBLEMA 2



El esquiador de 60,0 kg pasa por el punto A con una rapidez de 5,00 m/s y la curva por la que se desliza, sin fricción, se puede modelar como una parábola.

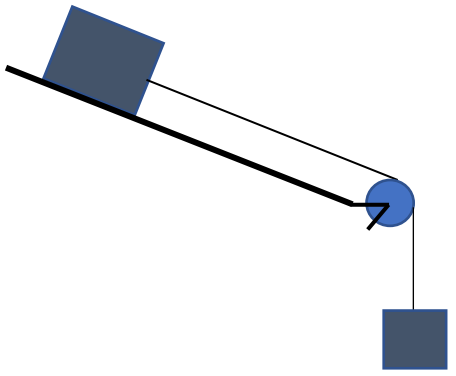
a) Calcule la rapidez cuando pase por el punto B. (2 p.)

b) Calcule la magnitud de la normal cuando pasa por el punto B. (3 p.)

Recuerde que el radio de curvatura de la trayectoria se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}$$

PROBLEMA 3

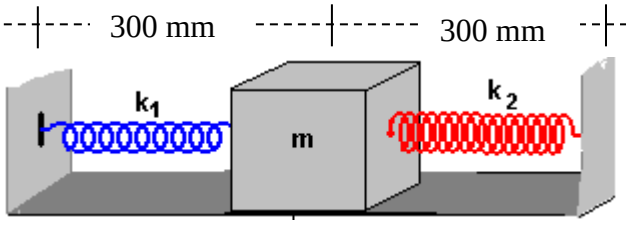


Un bloque de masa m_A = 4,00 kg que descansa sobre una superficie rugosa inclinada un ángulo θ = 25,0° con coeficiente de fricción cinético μ_k = 0,300 está unido mediante una cuerda a un bloque colgando de masa m_B = 2,00 kg. La cuerda pasa por una polea (disco sólido) de masa m_p = 1,50 kg y de radio r = 0,0650 m. Si el sistema se encuentra inicialmente en reposo, realice lo siguiente:

a. Dibuje el DCL de los dos bloques y de la polea. Luego, escriba las ecuaciones dinámicas para el bloque de masa m_A, para el bloque de masa m_B, y para la polea. (2 p.)

b. Determine el módulo de la aceleración con que cae el bloque de masa m_B. (3 p.)

PROBLEMA 4



El bloque de masa m = 0,100 kg, representado en la figura, oscila con amplitud de 50,0 mm. En el instante en que pasa por su posición de equilibrio, se deja caer verticalmente sobre el bloque una masa de plastilina de 100 g, se adhieren por fuerzas de fricción. Si k_1 = 1,00 N/m y k_2 = 3,00 N/m:

a) Realice el DCL del bloque en movimiento y halle la ecuación diferencial de movimiento antes de caer la plastilina. (1,5 p)

b) Determine el nuevo periodo. (1p)

c) ¿Ha habido pérdida de energía mecánica? En caso afirmativo, ¿Cuánto? (1,5p)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2022 -1
Fecha: 12/08/22
Duración: 1 h 50 min

CURSO: FÍSICA I **COD. CURSO: BFI 01**

EXAMEN SUSTITUTORIO

$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$

1) Un cable con tensión **T** de magnitud 10 kN está unido en la parte más alta A de una barra y asegurada en la parte nás baja B como se indica en la figura. Determine el momento $\mathbf{M_z}$ de la tensión T con respecto al punto O ($\mathbf{M_z}$ = componente Z del momento **M** con respecto a O). Figura 1. (5p)

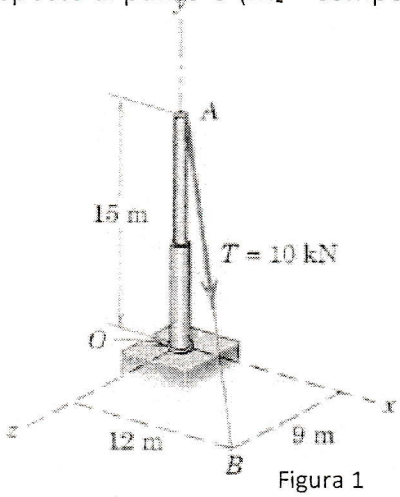


Figura 1

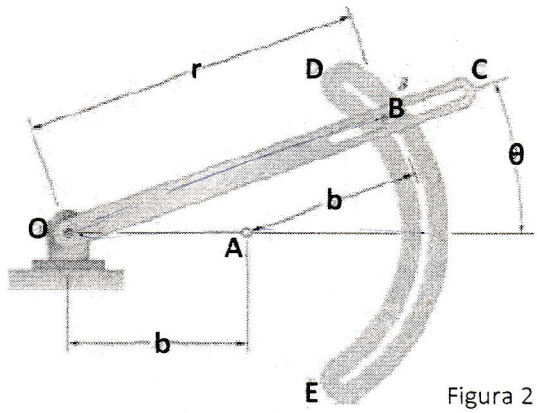


Figura 2

$\vec{M}_o = (45\hat{i} - 0\hat{j} - 60\hat{k}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot 10^3$

$\vec{M}_o = (0\hat{i} + 15\hat{j} + 0\hat{k}) \times (12\hat{i} - 15\hat{j} + 9\hat{k}) \cdot \frac{10^3}{\sqrt{12^2 + (-15)^2 + 9^2}}$

$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$

2) La cabeza de tuerca B (también conocido como pin) es libre de deslizarse a lo largo de la ranura circular DE y a lo largo de la ranura rotante que se encuentra en la barra OC (figura 2). Asumiendo que la barra OC rota con velocidad angular constante $\dot{\theta}$, hallar la aceleración del pin B en función de b y $\dot{\theta}$ (5p)

3) Sea la fuerza **F** = (y+z)**i** + (x+z)**j** + (x+y)**k** N

a) ¿Es **F** conservativa? Si $rot\,F = 0 \rightarrow \vec{F}$ es conservativa $\rightarrow \exists\ E_p$ asociada (1.5p)

b) Si **F** es conservativa, hallar su enregía potencial E_p asociada (1.5p)

c) Sin usar energía potencial y usando la definición del trabajo en su forma integral, hallar el trabajo realizado por dicha fuerza desde un punto A(0, 0, 0) hasta un punto B(1, 1, 0) por la trayectoria que se encuentra en el plano X-Y que indica la figura (2p)

a. $rot\,F = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = 0$

b. $E_p = -\left\{ \int_0^x F_x(x;0;0)\,dx + \int_0^y F_y(x;y;0)\,dy + \int_0^z F_z(x;y;z)\,dz \right\} + C$

$= -\left\{ \int_0^x 0\,dx + \int_0^y (x+z)\,dy + \int_0^z (x+y)\,dz \right\} + C$

$= -\{ 0 + xy + zy + xz + yz \} + C$

$= -xy - xz - 2zy + C$

c. $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^B (F_x.dx + F_y.dy + F_z\,dz)$

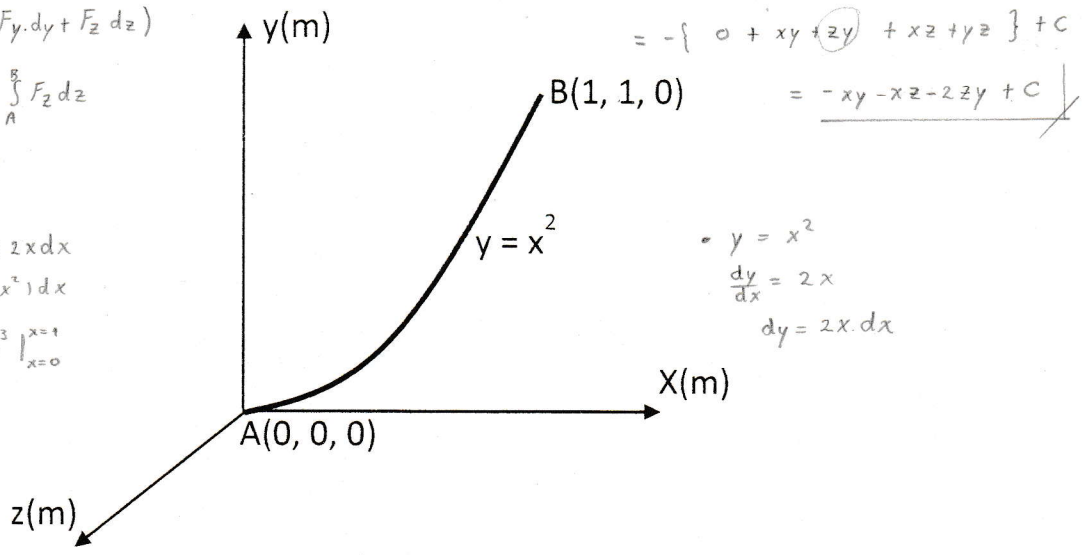
$= \int_A^B F_x\,dx + \int_A^B F_y\,dy + \int_A^B F_z\,dz$

$= \int_A^B (y+z)\,dx + \int_A^B (x+z).dy$

$= \int_{x=0}^{x=1} (x^2+0)\,dx + \int_{x=0}^{x=1} (x+0)\,2x\,dx$ $\quad (2x^2)\,dx$

$= \frac{x^3}{3}\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2x^3}{3}\Big|_{x=0}^{x=1}$

$= 1$



• $y = x^2$

$\frac{dy}{dx} = 2x$

$dy = 2x.dx$

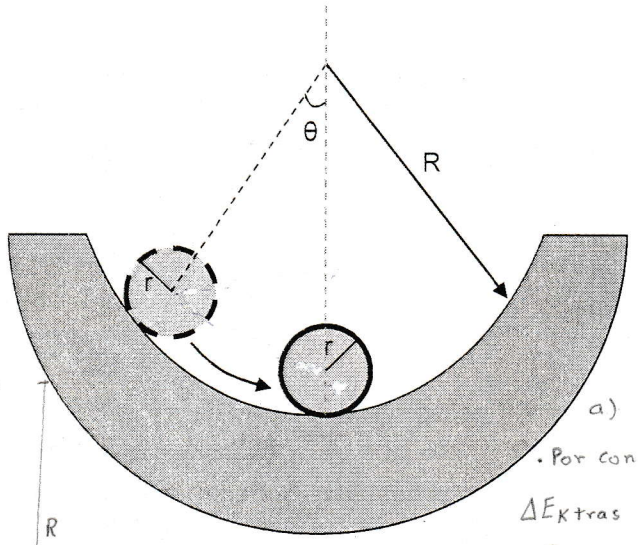
4) Un cuerpo geométricamente simétrico de radio de giro k cuya sección transversal puede ser un círculo o una circunferencia (o sea, el cuerpo puede ser un cilindro, una esfera, un disco o un aro) se coloca sobre la superficie interior de un tazón inmóvil liso semiesférico con radio R mayor que 2r. El cuerpo se suelta desde el reposo con un ángulo inicial θ con la vertical y rueda sin resbalar.

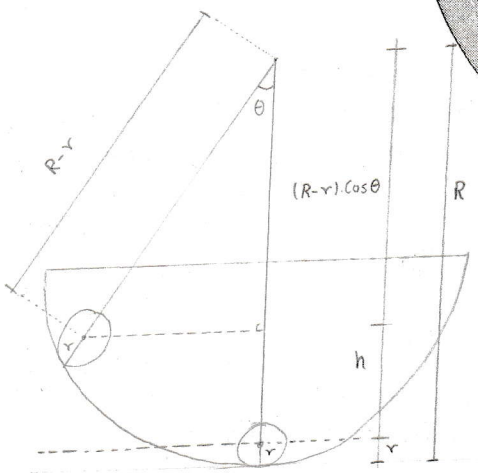
a) Determine la magnitud de la velocidad angular ω del cuerpo cuando llega al fondo del tazón en función de g, R, r, θ, k. (4p)

Luego:

b) Halle ω cuando el cuerpo es una esfera siendo $k^2 = \frac{2}{5}r^2$ (0.5p)

c) Halle ω cuando el cuerpo es un aro siendo $k^2 = r^2$ (0.5p)





• $(R-r)\cos\theta + h + r = R$

$h = (R-r)(1-\cos\theta)$

a) • $I = m.K^2$ • $v = \omega.r$

• Por conservación de la energía

$\Delta E_{K\,tras} + \Delta E_{K\,rot} + \Delta E_p = 0$

$\left(\frac{m.v^2}{2} - 0\right) + \left(\frac{I.\omega^2}{2} - 0\right) + \left(0 - m.g.h\right) = 0$

$\frac{m.v^2}{2} + \frac{I.\omega^2}{2} = m.g.h$

$\frac{m.(\omega^2.r^2)}{2} + \frac{m.K^2.\omega^2}{2} = m.g.h$

$\omega^2\left(\frac{r^2 + K^2}{2}\right) = g.h$

$\omega = \sqrt{\frac{2.g.(R-r)(1-\cos\theta)}{r^2 + K^2}}$

b) Si $K^2 = \frac{2r^2}{5}$ → $\omega = \sqrt{\frac{10\,g\,(R-r)(1-\cos\theta)}{7r^2}}$

c) Si $K^2 = r^2$ → $\omega = \sqrt{\frac{g.(R-r).(1-\cos\theta)}{r^2}}$